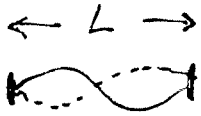
2009-06-16 KR

$\boxed{1}$ Spänningen F i strängen fås ur



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow F = \mu v^2 \quad \text{där}$$

$$\mu = \frac{m}{L} \rightarrow F = \frac{mv^2}{L}$$

Vågens hastighet v får vi ur

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \text{med} \quad n=2 \text{ för 1:a övertonen}$$

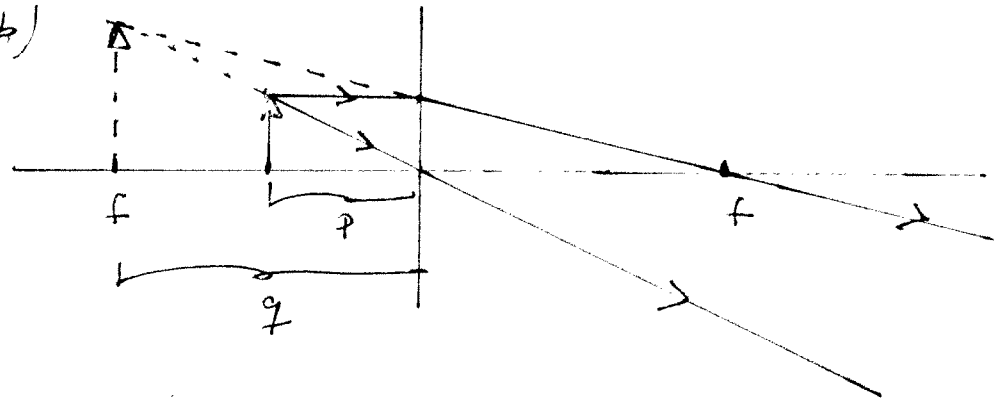
$$\rightarrow v = 2f_2 \rightarrow F = mLf_2^2 =$$

$$= 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}81 \cdot 880^2 \text{ N} = 2{,}63 \text{ kN}$$

<u>Svar: 2,6 kN</u>

2009-06-16 KR

$\boxed{2}$ (a) (b)



Linsformeln för tunn lins:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

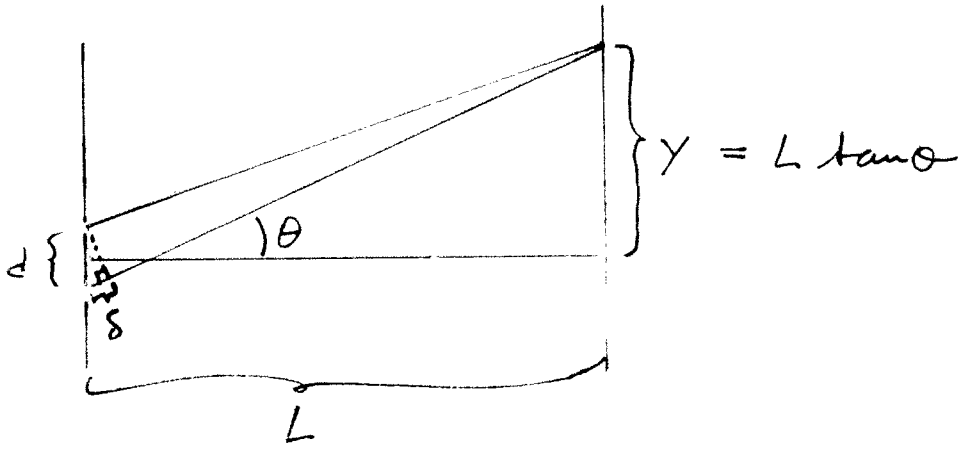
$$p = \frac{f}{2} \rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f} = -\frac{1}{f} \rightarrow q = -f$$

Bilden hamnar i brännpunkten.
Till vänster ty $q < 0$
Bilden av myran förstoras enligt
$m = -\frac{q}{p} = 2$ (se även figuren)
Bilden är alltså dubbelt så stor som myran själv. Om myran är 2,5 mm hög blir bilden 5,0 mm hög.

(c) Bilden är virtuell eftersom den inte formas av reella strålar (se figuren)

2009-06-16 KR

$\boxed{3}$



(a) Minima ges av $d\sin\theta = (n+\frac{1}{2})\lambda$, $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

Tredje min $\rightarrow$ $n = 2$ (eller $n = -3$)

$$\rightarrow \sin\theta = \frac{2{,}5\lambda}{d} = \frac{2{,}5 \cdot 648 \cdot 10^{-9}}{0{,}4 \cdot 10^{-3}} = 4{,}05 \cdot 10^{-3} \ll 1$$

$$\rightarrow \theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$$

$$\rightarrow y = 1{,}2 \cdot 4{,}05 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = \underline{4{,}86 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$$

(b) Fasdifferensen ges av

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ där $\delta = d\sin\theta$ är skillnaden i våglängd mellan strålarna (se fig.)

För maxima gäller $d\sin\theta = n\lambda$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$

$$\rightarrow \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} n\lambda = n \cdot 2\pi$$

$$\rightarrow \frac{\phi}{2} = n\pi \rightarrow I = 4I_0 \cos^2(n\pi) = 4I_0$$

$\rightarrow$ $I = 4I_0$ (oberoende av n)

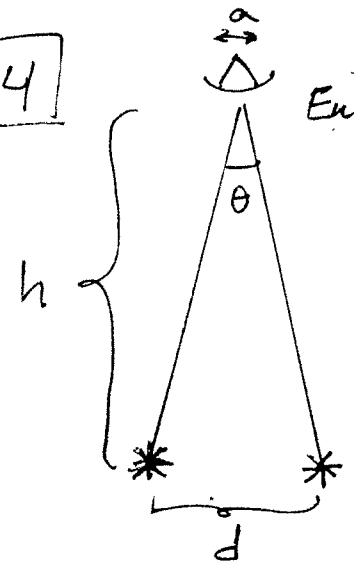
där I_0 är intensiteten för <u>en</u> källa

<u>Svar</u>: (a) 5 mm

(b) Samma som centralmaximum

2009-06-16 KR

$\boxed{4}$



Enligt Rayleighs kriterium är minsta vinkeln som kan upplösas given av

$$\sin\theta = \frac{1{,}22\lambda}{a}$$

där a är diametern hos bländaröppningen (pupillens diameter i detta fall)

Ur figuren fås $d = h\theta$ (θ liten vinkel)

$$\rightarrow d = h\theta \approx h\sin\theta = \frac{1{,}22\lambda h}{a} =$$

$$= \frac{1{,}22 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 280 \cdot 10^{3}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}}\ \text{m} = \underline{37{,}6\ \text{m}}$$

<u>Svar</u>: Avståndet är <u>minst</u> 38 m

Anm. I verkligheten är avståndet större, beroende bl.a. på antalet ljuskänsliga tappar på näthinnan.

2009-06-16 KR

$\boxed{5}$ Ändringen i våglängd då en foton sprids mot en elektron ges av

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

Fotonens energi före och efter:

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \quad E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = (1-\beta)E_1 \quad \text{där } \beta = 0{,}011$$

$$\rightarrow \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = hc\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1}\right) = \frac{hc}{E_1}\cdot\frac{\beta}{1-\beta} = \frac{hc}{\alpha E_1}$$

$$\text{där } \alpha = \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{0{,}989}{0{,}011} = 89{,}91$$

$$\rightarrow \quad \frac{hc}{\alpha E_1} = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

$$m = \frac{\alpha E_1}{c^2}(1-\cos\theta) =$$

$$= \frac{89{,}91\cdot 32\cdot 10^3\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}}{(2{,}998\cdot 10^8)^2}(1-\cos 35^\circ)\,\text{kg} =$$

$$= \underline{9{,}27\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}$$

(a) $9{,}3\cdot 10^{-31}$ kg

(b) För en klassisk våg skulle våglängden vara densamma efter spridningen. Se vidare Benson, Sect. 40.3

2009-06-16 KR

$\boxed{6}$ de Broglie-våglängden ges av $\lambda = \frac{h}{mv}$

om $v \ll c$ (icke-relativistiskt)

Hastigheten fås av energirelationen

$E = \frac{1}{2}mv^2 + U$ där $E = 230$ eV

och $U = -72$ eV i gropen

$\rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = E - U \rightarrow v = \sqrt{\frac{2(E-U)}{m}} =$

$= \sqrt{\frac{2 \cdot 302 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{9{,}109 \cdot 10^{-31}}}$ m/s $=$

$= 1{,}03 \cdot 10^7 \approx \underline{0{,}03\,c}$

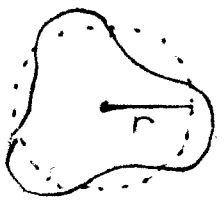
OK att räkna icke-relativistiskt

$\rightarrow \lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}03 \cdot 10^7}$ m $=$

$= 7{,}06 \cdot 10^{-11}$ m

Svar: (a) $7{,}1 \cdot 10^{-11}$ m

(b) Elektronens de Broglie-våg antas bilda en stående våg med $2\pi r = n\lambda$



$n = 3$

Detta ger $mvr = \hbar n$ vilket var Bohrs grundpostulat som leder till kvantiserade energinivåer.

Se vidare Benson Sect. 41.1

2009-06-16 KR

$\boxed{7}$ (a) Elektronens magnetiska moment ges av $\vec{\mu} = -\frac{e}{m}\vec{S}$ där $\vec{S}$ är spinnet

Om vi mäter momentet längs z-axeln får vi

$$\mu_z = -\frac{e}{m} S_z = -\frac{e}{m}\cdot\left(\pm\frac{\hbar}{2}\right)$$

$$\mu_z = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_B = \pm 9{,}27\cdot 10^{-24}\ J/T$$

Bohr-magnetonen

(b) Se Benson Sect. 42.6

(c) Se Benson Sect. 42.5

2009-06-16 KR

$\boxed{8}$ (a) $^{1}_{1}p + ^{15}_{7}N \rightarrow ^{12}_{6}C + \underbrace{^{4}_{2}He}_{\alpha}$

Bevarat masstal: $A = 1+15 = 12+4$

Bevarad laddning: $Z = 1+7 = 6+2$

<u>Svar</u>: Den saknade kärnan är ^{12}C

(b) Reaktionsenergin $Q = \Delta m c^2$

$$\Delta m = \underbrace{m_H}_{1e^-} + \underbrace{m_{C-13}}_{6e^-} - \underbrace{m_{N-14}}_{7e^-}$$

Obs att vi måste se till att elektronmassorna summerar till noll! Därför m_H i formeln, inte m_p.

$$\Delta m = (1{,}00782503 + 13{,}00335483 - 14{,}00307400)u =$$
$$= 0{,}00810586u = 0{,}00810586 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27} kg =$$
$$= 1{,}34601 \cdot 10^{-29} kg$$

$$\rightarrow Q = 1{,}34601 \cdot 10^{-29} \cdot (2{,}99792 \cdot 10^{8})^2 J =$$
$$= 1{,}20973 \cdot 10^{-12} J = \frac{1{,}20973 \cdot 10^{-12}}{1{,}60218 \cdot 10^{-19}} eV =$$
$$= 7{,}5505 \text{ MeV}$$

<u>Svar</u>: $Q = 7{,}5505$ MeV $(1{,}2097 \cdot 10^{-12} J)$

(c) <u>Svar</u>: Protonen är uppbyggd av två uppkvarkar och en nerkvark: uud